

# INTERPOLAČNÍ POLYNOM

- Aproximace funkce  $f$  polynomem  $F$ .
- Např. je-li funkce  $f$  zadaná tabulkou (výsledky měření), nebo je-li výpočet funkčních hodnot funkce  $f$  příliš složitý.
- Funkce  $f$  a  $F$  se shodují v daných bodech  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ... **uzlové body**.

## LAGRANGEŮV TVAR

$$L(x) = y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) + \dots + y_n \cdot L_n(x), \text{ kde}$$

$$L_i(x) = \frac{(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \dots \cdot (x - x_{i-1}) \cdot (x - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x - x_{n-1}) \cdot (x - x_n)}{(x_i - x_1) \cdot (x_i - x_2) \cdot \dots \cdot (x_i - x_{i-1}) \cdot (x_i - x_{i+1}) \cdot \dots \cdot (x_i - x_{n-1}) \cdot (x_i - x_n)}$$

Pro  $n = 3$ :

$$L(x) = y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) + y_3 L_3(x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

Pro  $n = 4$ :

$$L(x) = y_1 L_1(x) + y_2 L_2(x) + y_3 L_3(x) + y_4 L_4(x)$$

$$L_1(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_1 - x_4)}$$

$$L_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)(x_2 - x_4)}$$

$$L_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4)}{(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)(x_3 - x_4)}$$

$$L_4(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_4 - x_1)(x_4 - x_2)(x_4 - x_3)}$$

## NEWTONŮV TVAR

$$N(x) = y_1 + y_{21} \cdot (x - x_1) + y_{321} \cdot (x - x_1)(x - x_2) + y_{4321} \cdot (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) + \dots$$

$$\begin{array}{ccccc}
x_1 & \overset{y_1}{\cancel{\downarrow}} & & & \\
& \nearrow & & & \\
& y_{21} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} & & & \\
& \nearrow & \searrow & & \\
x_2 & y_2 & & & y_{321} = \frac{y_{32} - y_{21}}{x_3 - x_1} \\
& \searrow & & \nearrow & \\
& y_{32} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} & & & y_{4321} = \frac{y_{432} - y_{321}}{x_4 - x_1} \\
& \nearrow & \searrow & & \\
x_3 & y_3 & & & y_{432} = \frac{y_{43} - y_{32}}{x_4 - x_2} \\
& \searrow & & \nearrow & \\
& y_{43} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} & & &
\end{array}$$

**Příklad:** Najděte interpolační polynom funkce  $f$  užitím hodnot  $y_i = f(x_i)$  v uzlech  $x_i$  z tabulky.  
a) Lagrangeův tvar, b) Newtonův tvar

$i$	1	2	3
$x_i$	4	5	7
$y_i$	3	2	0

**Příklad:** Najděte interpolační polynom funkce  $f$  užitím hodnot  $y_i = f(x_i)$  v uzlech  $x_i$  z tabulky.  
a) Lagrangeův tvar, b) Newtonův tvar

$i$	1	2	3	4
$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	-4	-1	0	5